APUNTES DE LÓGICA

1. Definición de proposición

Es un enunciado que puede ser verdadero o falso. Por ejemplo, el enunciado *La luna es un satélite* es una proposición, puesto que se puede determinar su verdad o falsedad. El enunciado *¿Hace calor?* no lo es por esa misma razón.

2. Tipos de proposiciones

Pueden ser simples o compuestas. Las simples son enunciados mínimos, por ejemplo, *Sófocles fue un dramaturgo griego*. Las compuestas están constituidas por dos o más proposiciones simples, por ejemplo, *Sófocles fue un dramaturgo y Hegel un filósofo*.

3. Simbolismo proposicional

Las proposiciones simples se simbolizan mediante las letras minúsculas del alfabeto a partir de la p. Es decir, que la primera proposición utilizada se simboliza con p, la segunda con q, y así sucesivamente.

4. Conectivas lógicas

Representan las diferentes formas de unir las proposiciones en el lenguaje cotidiano. Son las siguientes:

Conectiva	**Notación**	**Lenguaje cotidiano**	**Uso**
Negación	$\neg$	No	$\neg p$
Conjunción	$\wedge$	Y	$p \wedge q$
Disyunción	$\vee$	O	$p \vee q$
Disyunción exclusiva	$\nleftrightarrow$	O bien, o bien	$p \nleftrightarrow q$
Condicional	$\rightarrow$	Si… entonces	$p \rightarrow q$
Bicondicional	$\leftrightarrow$	Si y sólo si… entonces	$p \leftrightarrow q$

5. Tabla de verdad

Es un método lógico para averiguar el valor de verdad de una proposición compuesta para cada combinación de valores de verdad que se pueden asignar a sus componentes. El valor verdadero se representa con la letra **V** o con el número **1**. El valor falso se representa con la letra **F** o con un **0**.

6. Proposición negativa

Es la proposición que sólo es verdadera al ser falsa la proposición simple que la integra (o que sólo es falsa al ser verdadera la proposición simple que la integra)

p	$\neg p$
1	0
0	1

7. Proposición conjuntiva

Es la proposición compuesta que sólo es verdadera cuando lo son todas las proposiciones simples que la integran.

Departamento de Filosofía. IES Almenara. Curso 2012-13

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

8. Proposición disyuntiva inclusiva

Es la proposición compuesta que es falsa al serlo todas las proposiciones que la integran.

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

9. Proposición disyuntiva exclusiva

Es la proposición compuesta que es verdadera al serlo una sola de las proposiciones que la integran.

p	q	$p \nleftrightarrow q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

10. Proposición condicional

Es la proposición compuesta que sólo es falsa al ser verdadera la primera de las proposiciones que la integran y falsa la segunda.

p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

11. Proposición bicondicional

Es la proposición compuesta que sólo es verdadera al ser verdaderas o falsas las proposiciones que la integran.

p	q	$p \leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Departamento de Filosofía. IES Almenara. Curso 2012-13

12. Proposiciones tautológicas, contradictorias e indeterminadas

Proposición tautológica o **tautología** es una proposición que siempre es verdadera, con independencia de la verdad o falsedad de las proposiciones simples que la constituyen. Por ejemplo $\neg(p \wedge \neg p)$

Una proposición contradictoria o **contradicción** es aquella proposición que es siempre falsa, con independencia de la verdad o falsedad de las proposiciones que la constituyen. Por ejemplo $p \wedge (q \wedge \neg q)$

Una proposición es **indeterminada** si en su tabla veritativa se dan conjuntamente valores de verdad y falsedad, dependiendo en cada caso de los valores de las proposiciones simples que la constituyen. Por ejemplo $(p \to q) \vee \neg p$

13. Implicación y equivalencia

Se llama **implicación** a una proposición condicional que es tautológica. La conectiva que se utiliza para simbolizarla es $\Rightarrow$. Por ejemplo $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$

Se llama **equivalencia** a una proposición bicondicional que es tautológica. La conectiva que se utiliza es $\Leftrightarrow$. Por ejemplo $(q \to \neg p) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

14. Proposiciones equivalentes

Se dice que dos proposiciones son equivalentes si tienen la misma tabla veritativa. Por ejemplo $\neg(\neg p \to q)$ y $\neg(p \vee q)$

15. Leyes de lógica proposicional

Todas aquellas proposiciones que son tautológicas **son leyes de la lógica proposicional**.

Las leyes lógicas son muy numerosas, pero hay algunas muy importantes que se refieren a la conjunción, disyunción y negador (La T significa tautología y la C contradicción)

Idempotencia

$p \vee p \Leftrightarrow p$ $\qquad$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$

Asociativa

$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

Conmutativa

$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

Identidad

$p \vee \mathrm{T} \Leftrightarrow \mathrm{T}$

$p \vee C \Leftrightarrow p$

$p \wedge \mathrm{T} \Leftrightarrow p$

$p \wedge C \Leftrightarrow C$

Almendro. Curso 2012-13

Absorción

$p \vee (q \wedge p) \Leftrightarrow p$

$p \wedge (q \vee p) \Leftrightarrow p$

Distributiva

$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

De Morgan

$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

Negación

$p \vee \neg p \Leftrightarrow T$

$p \wedge \neg p \Leftrightarrow C$

Doble negación

$\neg\neg p \Leftrightarrow p$

$\neg C \Leftrightarrow T$

$\neg T \Leftrightarrow C$

Departamento de Filosofía.

16. Conectivas primitivas y derivadas

Se pueden considerar conectivas primitivas el negador y el disyuntor inclusivo o el negador y el conjuntor. De esa manera las operaciones lógicas pueden realizarse con un número mínimo de conectivas, las conectivas primitivas. Lo único preciso es establecer la equivalencia entre todas las demás conectivas y las primitivas que elijamos. Conociendo esa equivalencia es fácil transformar cualquier proposición en otra equivalente en la que sólo intervengan las conectivas que nos interesen.

A continuación se establece la equivalencia entre cualquier conectiva y el negador y el disyuntor inclusivo:

$$p \wedge q \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$$
$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$$
$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow \neg[\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee p)]$$
$$p \nleftrightarrow q \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee p)$$

17. Simplificación de proposiciones

Simplificar una proposición es transformarla en otra equivalente y que sea lo más sencilla posible.

El procedimiento para simplificar proposiciones es análogo al utilizado para la simplificación de expresiones algebraicas. Hay que ir realizando transformaciones en la proposición dada, recurriendo a las leyes lógicas y a la equivalencia entre las diferentes conectivas, para de este modo obtener cada vez proposiciones más sencillas, hasta llegar a una que ya no pueda ser simplificada más.

Supongamos que hay que simplificar la proposición:

$\neg(q \rightarrow p) \vee (p \wedge q)$

La realizaremos mediante los siguientes pasos:
1. $\neg(\neg q \vee p) \vee (p \wedge q)$, por la equivalencia entre la condicional y la disyunción inclusiva.
2. $(\neg\neg q \wedge \neg p) \vee (p \wedge q)$, por una de las leyes de De Morgan.
3. $(q \wedge \neg p) \vee (p \wedge q)$, por la ley de la doble negación.
4. $(q \wedge \neg p) \vee (q \wedge p)$, por la ley conmutativa.
5. $q \wedge (\neg p \vee p)$, por la ley distributiva.
6. $q \wedge T$, por una de las leyes de la negación.
7. q , por una de las leyes de identidad.

Así pues, $\neg(q \rightarrow p) \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q$

Departamento de Filosofía. IES Almenara. Curso 2012- 13