

Ejercicios resueltos

- 3.- a) Sabiendo que $M(3,2)$ es el punto medio entre A y B, calcula A, sabiendo que $B(5,6)$.
b) Dado el vector $\vec{v} = (3,-1)$, da un vector paralelo a \vec{v} y de módulo 3.
c) Pon un ejemplo de un vector perpendicular al vector \vec{v} del apartado anterior. ¿Cuántos vectores perpendiculares a \vec{v} existen?
d) Indica la fórmula que calcula los puntos M_1 y M_2 que dividen el segmento AB en tres partes iguales.

a) Sabemos que el punto medio de A y B, se calcula usando la siguiente fórmula:

$$\vec{m} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}, \text{ por tanto, } \vec{a} = 2\vec{m} - \vec{b} = 2 \cdot (3,2) - (5,6) = (1,-2)$$

Luego, el punto A es (1,-2)

b) El vector \vec{v} tiene de módulo $\sqrt{10}$, por tanto, un vector paralelo a \vec{v} y de módulo 3, sería:

$$\frac{3 \cdot \vec{v}}{\sqrt{10}} = \left(\frac{9}{\sqrt{10}}, \frac{-3}{\sqrt{10}} \right)$$

c) Un vector perpendicular a \vec{v} sería (1,3) o cualquier múltiplo de éste. Hay infinitos vectores perpendiculares a \vec{v} .

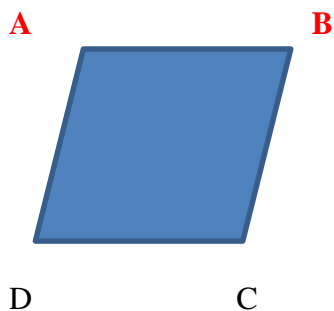
d) Si los puntos M_1 y M_2 que dividen el segmento AB en tres partes iguales están en la siguiente disposición:

A · M_1 · M_2 · B ·

Las fórmulas serían: $\vec{m}_1 = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}$ y $\vec{m}_2 = \frac{\vec{a} + 2\vec{b}}{3}$

- 4.- Calcula el vértice D del paralelogramo ABCD, siendo $A(-3,4)$, $B(-2,-4)$ y $C(3,-2)$. Calcula el punto donde se cortan las diagonales del paralelogramo.

Es fundamental dibujar el paralelogramo ABCD, teniendo en cuenta que los vértices son consecutivos, como por ejemplo,



Por tanto, los vectores AB y DC deben ser iguales:

$$\mathbf{AB} = (1, -8)$$

$$\mathbf{DC} = (1, -8), \text{ sabiendo que } \mathbf{C}(3, -2) \text{ se obtiene que } \mathbf{D}(2, 6).$$

El punto donde se cortan las diagonales es el punto medio entre A y C, o el punto medio entre B y D. Luego el punto P lo calculo como el punto medio entre A y C, siendo este P(0,1)

5.- Dados los vectores $\vec{a} = (2, -5)$ y $\vec{b} = (2, 2)$. Se pide:

- El producto escalar de \vec{a} y \vec{b} .
- El módulo de los vectores \vec{a} y \vec{b} .
- El ángulo que forman los vectores \vec{a} y \vec{b} .
- El siguiente producto escalar: $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$.

$$\mathbf{a) } \vec{a} \cdot \vec{b} = 4 - 10 = -6$$

$$\mathbf{b) } \text{Módulo de } \vec{a} \text{ es } \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$$

$$\text{Módulo de } \vec{b} \text{ es } \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$\mathbf{c) } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-6}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{8}}$$

$$\mathbf{d) } (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = (4, -3) \cdot (2, 2) = 8 - 6 = 2$$